

## Guía de ejercicios con respuesta Estadística para ingenieros CO3321

### Estimaciones Puntuales y por Intervalos

#### Estimaciones de la Media

1) Después de recolectar una muestra de 250 elementos de una población con una desviación estándar conocida de 13,7; se encuentra que la media es de 112,4.

a) Encontrar un intervalo de confianza de 95% para la media.

Sol:  $112,4 \pm 1,698$

b) Encontrar un intervalo de confianza de 99% para la media.

Sol:  $112,4 \pm 2,231$

2) De una población de 540 individuos, se toma una muestra de 60. A partir de esta muestra, se encuentra que la media es de 6,2 y la desviación estándar de 1,368.

a) Encuentre el error estándar estimado de la media.

Sol: 0,167

b) Construya un intervalo de confianza de 96% para la media.

Sol:  $6,2 \pm 0,342$

3) Jesús es un corredor de la Bolsa de Valores y tiene curiosidad acerca de la cantidad de tiempo que existe entre la colocación de una orden de venta y su ejecución. Jesús hizo un muestreo de 45 órdenes y encontró que el tiempo medio para la ejecución fue de 24,3 minutos, con una desviación estándar de 3,2 minutos. Ayude a Jesús en la construcción de un intervalo de confianza de 95% para el tiempo medio para la ejecución de una orden.

Sol:  $24,3 \pm 0,934$  minutos

4) La jefa de policía María Fernández recientemente estableció medidas enérgicas para contrarrestar a los traficantes de droga de su ciudad. Desde que se pusieron en funcionamiento dichas medidas, han sido capturados 750 de los 12368 traficantes de droga de la ciudad. El valor promedio, de las drogas decomisadas a estos traficantes es de 250000 dólares. La desviación estándar del valor en dólares de la droga de esos 750 traficantes es de 41000 dólares. Construya para la jefa María un intervalo de confianza de 90% para el valor medio de los estupefacientes que están en manos de los traficantes de drogas de la ciudad.

Sol:  $250000 \pm 2387,001$  dólares

5) Las autoridades de la parte norte del condado de Naguanagua han encontrado, para consternación de los comisionados del condado, que la población posee severos problemas relacionados con su placa dental. Cada año, el departamento de salud dental local examina una muestra tomada de los habitantes del condado y registra la condición de la dentadura de cada paciente en una escala que va del 1 al 100, en la que 1 indica que no hay dentadura y 100 indica que la dentadura está en excelentes condiciones. En el presente año, el departamento de salud dental examinó a 21 pacientes y encontró que tenían un resultado de revisión dental de 72, con una desviación estándar de 6,2. Construya para el gobierno del condado un intervalo de confianza de 98% para la media del resultado de revisión dental de la parte norte de Naguanagua.

Sol:  $72 \pm 3,420$

6) La siguiente muestra de 8 observaciones fue tomada de una población infinita con distribución normal: 75,3 ; 76,4 ; 83,2 ; 91,0 ; 80,1 ; 77,5 ; 84,8 ; 81,0.

a.- Encuentre la media.

Sol: 81,163

b.- Estime la desviación estándar de la población.

Sol: 5,0938

c.- Construya un intervalo de confianza de 98% para la media.

Sol:  $81,163 \pm 5,399$

7) La senadora Desireé Reverón ha ordenado que se haga una investigación acerca del gran número de accidentes de bote que han ocurrido en el estado durante los últimos veranos. Actuando bajo sus instrucciones, su ayudante, Juan Carlos, ha seleccionado aleatoriamente 9 meses veraniegos en un período que abarca los últimos años y ha recabado datos acerca de los accidentes de bote que han ocurrido en cada uno de tales meses. El número medio de accidentes que se presentaron en los 9 meses fue de 31, y la desviación estándar de esta muestra fue de 9 accidentes de bote por mes. Se le pidió a Juan Carlos que construya un intervalo de confianza de 90% para el número real de accidentes por mes, pero él mismo sufrió un accidente de bote recientemente, por lo que usted tendrá que terminar su trabajo. ¿Cuál es el intervalo de confianza pedido?

Sol:  $31 \pm 5,58$  accidentes.

### **Estimaciones de la Proporción.**

1) Una muestra de 70 ejecutivos de una empresa fue investigada con respecto al pobre desempeño que ésta tuvo en noviembre, 65% de los ejecutivos creía que la disminución en las ventas se debió al alza inesperada de la temperatura, lo cual trajo como consecuencia que los consumidores retardaran la adquisición de productos de invierno.

a.- Estime el error estándar de la proporción de ejecutivos que culpan de las ventas bajas al clima cálido.

Sol: 0,057

b.- Encuentre el límite superior e inferior de confianza para esta porción, dado un nivel de confianza igual a 0,95.

Sol:  $0,65 \pm 0,11$

2) Michael Gordon, un jugador profesional de basketball, lanzó 200 tiros de castigo y encestró 174 de ellos.

a.- Estime el error estándar de la proporción de todos los tiros que Michael encesta.

Sol: 0,023

b.- Construye un intervalo de confianza de 98% para la proporción de todos los tiros de castigo que Michael encesta.

Sol:  $0,87 \pm 0,053$

3) El dueño de una empresa investigó aleatoriamente 150 de las 3000 cuentas de la compañía y determinó que 60% de éstas estaban en una posición excelente.

a.- Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la proporción de cuentas que están en posición excelente.

Sol:  $0,60 \pm 0,0784$

b.- Basándose en el inciso anterior, ¿Qué tipo de estimación de intervalo podrá usted dar para dar el número absoluto de cuentas que cumplen con los requisitos de excelencia, manteniendo el mismo nivel de confianza de 95%?

Sol:  $1800 \pm 235$  cuentas

4) La directiva estudiantil de una universidad tomó una muestra de 45 libros de texto de la librería universitaria y determinó que de ellos, 60% se vendía en más de 50% por arriba de su costo al mayoreo. Dé un intervalo para la proporción de libros, cuyo precio establecido es más de 50% por encima del costo al mayoreo, que tenga 96% de certeza de contener la proporción verdadera.

Sol:  $0,6 \pm 0,149$

### **Determinación del tamaño de muestra**

1) Para un mercado de prueba, encuentre el tamaño de muestra necesario para estimar la proporción real de consumidores satisfechos con un cierto producto nuevo, dentro de  $\pm 0,04$  a un nivel de confianza de 90%. Suponga que no tiene una buena idea del valor de la proporción.

Sol: al menos 423 consumidores.

2) Se tienen fuertes indicios de que la proporción de la población es aproximadamente de 0,7. Encuentre el tamaño de muestra necesario para estimar la proporción dentro de  $\pm 0,02$  con un nivel de confianza de 90%.

Sol: al menos 1421

3) Una tienda local vende bolsas de plástico para basura y ha recibido unas cuantas quejas con respecto a la resistencia de tales bolsas. Parece ser que las bolsas que se venden en la tienda son menos resistentes que las que vende su competidor y, en consecuencia, se rompen más a menudo. Gustavo, gerente encargado de adquisición, está interesado en determinar el peso máximo promedio que puede resistir una de las bolsas para basura sin que se rompa. Si la desviación estándar del peso límite que puede aguantar una bolsa es de 1,2 Kg., determine el número de bolsas que deben ser probadas con el fin de que Gustavo tenga una certeza de 95% de que el peso límite promedio está dentro de 0,5 Kg., del promedio real.

Sol: 23 bolsas.

4) Una tienda local especializada en lámparas y relojes está interesada en obtener una estimación de intervalo para el número medio de clientes que entran a la tienda diariamente. Los dueños están razonablemente seguros de que la desviación estándar real del número diario de clientes es 15. Ayude al gerente de la tienda a determinar el tamaño de muestra que deberán utilizar con el fin de desarrollar un intervalo de confianza de 96% para el número medio real de clientes, con un ancho de solamente 8 personas.

Sol: 60 días.

5) Vicgaly, secretaria general del sistema universitario, necesita saber qué proporción de estudiantes tienen un promedio de calificación por debajo de 2,0. ¿Cuántas calificaciones de estudiantes debe revisar con el fin de determinar la proporción que busca dentro de  $\pm 0,01$  con una confianza de 95%?.

Sol: mayor o igual a 9604 calificaciones.

6) Elena acaba de adquirir un programa de computación que afirma escoger acciones que aumentarán su precio durante la semana siguiente con un índice de precisión de 85%. ¿En cuántas acciones deberá Elena probar el programa con el fin de estar 98% segura de que el porcentaje de acciones que realmente subirán de precio durante la semana próxima estará dentro de  $\pm 0,05$  de la muestra de la población?.

Sol: 277.

**Estimaciones de la media, de la proporción y tamaño de muestra (ejercicios varios)**

1) Un investigador de mercado de una compañía de productos electrónicos desea estudiar los hábitos televisivos de los residentes de una pequeña ciudad. Selecciona una muestra aleatoria de 40 participantes y les pide que mantengan un registro detallado de lo que ven en televisión durante una semana. Los resultados son los siguientes:

❖ Tiempo frente al televisor:  $\bar{x} = 15,3$  h.  $s = 3,8$  h.

❖ 27 participantes ven las noticias al menos 3 noches por semana

a) Establezca un intervalo de confianza de 95% para el promedio semanal de tiempo que ven televisión en esta ciudad.

Sol: 14,12 ; 16,48

b) Establezca un intervalo de confianza de 95% para la proporción de participantes que ven las noticias al menos 3 noches por semana.

Sol: 0,53 ; 0,82

c) ¿Qué tamaño de muestra necesita si desea tener 95% de confianza de que su resultado es correcto dentro de  $\pm 2$  horas y supone que la desviación estándar de la población es igual a 5 horas?

Sol: al menos 25 personas.

d) ¿Qué tamaño de muestra necesita si desea una confianza de 95% de estar dentro de  $\pm 0,035$  de la proporción real de los que ven las noticias al menos 3 noches por semana si no disponía de estimaciones anteriores?

Sol: 784 personas.

e) Con base en (c) y (d), ¿qué tamaño de muestra debe seleccionar si sólo realiza un estudio?

Sol: la (d) para cumplir ambos requerimientos.

2) Un director de producción sabe que la cantidad de impurezas contenida en los envases de cierta sustancia química sigue una distribución normal con una desviación típica de 3,8 gramos. Se extrae una muestra aleatoria de nueve envases cuyos contenidos de impurezas son los siguientes: 18,2 ; 13,7 ; 15,9 ; 17,4 ; 21,8 ; 16,6 ; 12,3 ; 18,8 ; 16,2

a) Calcule un estimador puntual para la cantidad media impureza en los envases.

Sol: 16,7667

b) Calcule un intervalo de confianza para la cantidad media de impureza en los envases con un 90% de confianza.

Sol: 14,68 ; 18,85

3) Un directivo de cierta empresa ha comprobado que los resultados obtenidos en los test de aptitud por los solicitantes de un determinado puesto de trabajo siguen una distribución normal con una desviación típica de 32,4 puntos. La media de las calificaciones de una muestra aleatoria de nueve test es de 187,9 puntos.

a) Calcular un intervalo de confianza del 80% para la calificación media poblacional del grupo de solicitantes actual.

Sol: 174,07 ; 201,724

b) A partir de estos resultados muestrales, un estadístico calcula para la media poblacional un intervalo de confianza que va desde 165,8 a 210 puntos. Calcular el contenido probabilístico de dicho intervalo.

Sol: 0,9596

4) Una tienda está interesada en conocer los gastos en prendas de vestir de los estudiantes universitarios en el primer mes del curso académico. La media y la desviación de una muestra aleatoria de nueve estudiantes fueron de Bs. 50000 y Bs. 8000 respectivamente. Suponiendo que la población sigue una distribución normal. Calcule un intervalo de confianza del 95% para el gasto medio poblacional.

Sol: 43850,67 ; 56149,33

5) Una clínica ofrece un programa de adelgazamiento. Una muestra de 10 de sus antiguos pacientes recogió las siguientes pérdidas de peso en kilos al completar el programa: 18,2 ; 25,9 ; 6,3 ; 11,8 ; 15,4 ; 20,3 ; 16,8 ; 19,5 ; 12,3 ; 17,2

a) Calcular un estimador puntual para la pérdida media de peso.

Sol:

b) Calcular un estimador puntual para la proporción de personas que bajaron más de 15 Kg.

Sol: 0,7

c) Calcular un intervalo de confianza para la pérdida de peso medio con un nivel de significación del 1%

Sol: 12,5216 ; 20,2183

6) Una empresa de alquiler de autos está interesada en conocer el tiempo que sus vehículos permanecen en el taller de reparaciones. Una muestra aleatoria de 9 autos indicó que el pasado año el número de días que cada uno de estos autos había permanecido fuera de servicio era: 16 , 10 , 21 , 22 , 8 , 17 , 19 , 14 , 19. Especificando la hipótesis necesarias calcular un intervalo de confianza del 90% para el número medio de días que la totalidad de los vehículos de la empresa se encuentra fuera de servicio.

Sol: 13,2524 ; 19,192

7) De una muestra de 134 auditores empleados en grandes empresas de auditorías, 82 de ellos declararon que siempre que recibían un nuevo encargo de auditoría, preguntaban al auditor anterior cuál había sido la razón del cambio de auditor. Calcular un intervalo de confianza del 95% para la proporción poblacional.

Sol: 0,529 ; 0,694

8) Se toma una muestra de 12 empleados de una planta productora, el número de horas extra que estos empleados hicieron durante el último mes fueron: 22 ; 16 ; 28 ; 12 ; 18 ; 36 ; 23 ; 11 ; 41 ; 29 ; 26 ; 31

a) Calcular un estimador puntual para la proporción de empleados que trabajan más de 20 horas Sol: 8/12

b) Calcular un estimador puntual para el número medio de horas extras que trabajan los empleados.

Sol: 24,42

c) Calcular un estimador por intervalo de confianza para la proporción de empleados que trabajan más de 20 horas con una confianza del 95%

Sol: 0,4427 ; 0,89

9) Se planea una investigación para determinar los gastos médicos familiares promedios por año. La administración de la compañía desea tener 95% de confianza de que el promedio muestral es correcto dentro de  $\pm \$50$  del promedio real familiar. Un estudio

piloto indica que la desviación estándar se puede estimar como \$400. ¿Qué tamaño de muestra se requiere?

Sol:

10) Si el gerente de una tienda de pinturas desea estimar la cantidad promedio en una lata de 1 galón dentro  $\pm 0,004$  de galón con 95% de confianza y supone que la desviación estándar es 0,02 de galón ¿qué tamaño de muestra requiere?

Sol: 97

11) Un encuestador político desea estimar la proporción de electores que votarán por el candidato demócrata en una campaña presidencial. El encuestador desea 99% de confianza de que su predicción será correcta dentro de  $\pm 0,04$  de la proporción de la población, que sabe que es de 0,5.

a) ¿Cuál es el tamaño de muestra necesario?

Sol: 1037

b) Si se desea 95% de confianza, ¿qué tamaño de muestra se necesita?

Sol: 601

c) Si se desea 95% de confianza y un error muestral de  $\pm 0,03$ . ¿Qué tamaño de muestra se necesita?

Sol: 1068

d) Según las respuestas anteriores, ¿qué conclusión general se deriva acerca del efecto del nivel de confianza deseado y el error muestral aceptable en el tamaño de muestra requerido?. Analice.

12) El director de una escuela de ciencias empresariales está interesado en conocer los salarios de los ex alumnos cinco años después de completar sus estudios. Dispone de una muestra de 25 de estos diplomados cuya media y desviación estándar es de 450000 y 85000 bolívares mensuales. Suponiendo que la distribución es normal, hallar un intervalo de confianza del 90% para la media poblacional.

Sol: 420913 ; 479087

13) Si la división de inspección de l departamento de pesos y medidas municipal desea estimar la cantidad promedio de refresco en las botellas de 2 litros a una distancia a  $\pm 0,01$  litros con 95% de confianza y supone que la desviación estándar es de 0,05 litros ¿qué tamaño de muestra se necesita?

Sol:

14) Un grupo de consumidores desea estimar el monto de facturas de energía eléctrica para el mes de julio para las viviendas unifamiliares en una ciudad grande. Con base a estudios realizados en otras ciudades se supone que la desviación estándar es de 25 dólares. El grupo desea estimar el monto promedio para le mes de julio de  $\pm 5$  dólares del promedio verdadero con 99% de confianza. ¿Qué tamaño de muestra se necesita?

Sol: 97

15) El Gerente de un banco desea 90% de confianza de tener un resultado correcto dentro de  $\pm 0,05$  de la proporción de la población real de ahorradores que tienen cuantas de ahorros y de cheques en el banco. ¿De cuántos ahorradores debe ser su cuenta?

Sol: 271

## Intervalos de confianza para la diferencia entre dos medias y dos proporciones

1) Vicki Peplow, directora regional de pagos por asistencia médica de Atenía Insurance en Peoria, Illinois, constató que dos hospitales diferentes parecían cobrar cantidades muy distintas por el mismo servicio médico. Recogió 15 observaciones de facturación (que se muestran a continuación) de cada hospital y elaboró un intervalo de confianza del 95% para la diferencia entre los costes medios presentados por uno y otro. Utilizó el muestreo pareado porque Vicki corrigió todos los factores de interés distintos del coste. Si existiera una diferencia, la señora Peplow pretende informar del asunto a las autoridades de la asistencia médica. ¿Deberá presentar el informe?

Hospital 1	Hospital 2
465	512
532	654
426	453
543	521
632	587
418	537
587	598
376	698
378	529
376	517
524	476
387	519
429	587
398	639
412	754

Sol: Vicki puede estar segura al 95% de que el segundo hospital carga entre 45,61 y 180,79 dólares más que el primer hospital por los mismos servicios. Parece conveniente presentar un informe a los administradores de la asistencia médica.

2) En 1989, Banker's News publicaba que el interés hipotecario en el Sur era mayor que en el Medio Oeste. Una encuesta de 100 bancos en estados del Sur y 123 en Kansas y en los cuatro estados circundantes reveló intereses medios del 11.75% y 10.53%, respectivamente. Supongamos que las varianzas eran del 2.5 y el 3.0%. Como ejecutivo de su empresa, usted tiene que decidir dónde se construirá la nueva oficina central. Una de las consideraciones para tomar esta decisión es la de los costes de alojamiento de los empleados. La oficina central se situará donde los intereses sean más bajos. Usted quiere formar un intervalo de confianza del 92% para la diferencia entre los intereses hipotecarios medios del Sur y en el Medio Oeste. ¿ Dónde se emplazarán las oficinas de la empresa?

Sol: Puede confiar al 92% de que los intereses medios en el Sur superan a los del Medio Oeste en una cantidad comprendida entre 0,83 y 1,61 %. Las oficinas deberán emplazarse en el medio Oeste.

3) Las negociaciones salariales entre su empresa y el sindicato que representa a sus trabajadores están al borde de la ruptura. Hay un desacuerdo considerable sobre el nivel salarial medio de los trabajadores de la factoría de Atlanta y le de Newport News, virginia. Los salarios fueron establecidos por el antiguo convenio colectivo firmado hace tres años y se basa en la estricta antigüedad. Como los salarios están muy

controlados por el convenio colectivo, se supone que la variación salarial es la misma en las dos factorías y que los salarios siguen una distribución normal. Pero se piensa que hay diferencia entre los niveles salariales medios a causa de las diferentes estructuras de antigüedad entre las dos factorías.

El negociador del convenio colectivo por parte de la dirección le pide que elabore un intervalo de confianza del 98% para la diferencia entre los niveles salariales medios. Si existe una diferencia entre las medias, habrá que hacer ajustes para elevar los salarios más bajos hasta el nivel de los más altos. Con los datos que se dan a continuación, ¿qué ajustes habrá que hacer, en caso de ser necesario?

Factoría de Atlanta	Factoría de Newport News
$n_a = 23$	$n_b = 19$
$\bar{x}_a = 17,53$ dólares la hora	$\bar{x}_b = 15,50$ dólares la hora
$s_a^2 = 93,10$ dólares	$s_b^2 = 87,10$ dólares

Sol: Puede confiar al 98% en que el salario medio en Atlanta está entre 9,15 dólares más que el de Newport News y 5,09 dólares menos que el de Newport News. Como este intervalo contiene el valor 0, la conclusión es que es posible que no haya ninguna diferencia. No es preciso hacer ningún ajuste.

4) Su empresa utiliza dos máquinas diferentes para cortar trajes de spandex destinados a los acróbatas que realizan exhibiciones sobre hielo. Se han presentado problemas en el ensamblaje de las piezas a causa del comportamiento de las máquinas. Como director de control de calidad, su trabajo consiste en estimar la diferencia entre la proporción de defectos producidos por cada máquina. Se toman muestras de tamaños  $n_1 = 120$  y  $n_2 = 95$ . La primera máquina produjo el 38% de defectos y la segunda el 43%. Fijar  $\alpha = 5\%$ . Si los datos indican que la diferencia entre las proporciones de defectos superan el 5%, todos los trajes serán fabricados en la máquina que parece tener menor índice de defectos. ¿Qué decisión tomará?

Sol: Puede estar seguro al 95% de que la proporción de defectos producidos por la primera máquina está situada entre el 18,27% por debajo y el 8,27% por encima de la proporción de la segunda máquina. Como el intervalo contiene el cero, no hay seguridad de que haya diferencia en la proporción de defectos producidos por las máquinas. Su decisión es que no importa cuál de las máquinas se utilice y que bien podrían seguir empleándose las dos.

## Intervalo de confianza y pruebas de hipótesis para la varianza

1) Hot. Tubs, Inc., fabrica jacuzzis y sus accesorios. El modelo más lujoso de jacuzzi que produce la empresa, está equipado con un televisor con mando a control remoto y una pequeña nevera, para los muy sibaritas. Gilda “Burbujitas” Velez, propietaria de la empresa, quiere mantener las existencias semanales de estos televisores miniaturizados dentro de la varianza  $\sigma^2 = 75$  unidades<sup>2</sup>. “Burbujitas” toma una muestra de 30 semanas y halla  $s^2 = 71$  unidades<sup>2</sup>. Al nivel de  $\alpha = 10\%$ , ¿se cumple el objetivo de “Burbujitas”?

Sol: Región de aceptación, bilateral, Burbujitas puede suponer que las existencias cumplen su objetivo.

2) En el número de marzo de Bycycling, revista para aficionados a las dos ruedas, se analizaba el singular problema al que se enfrentan las mujeres para encontrar bicicletas que se adapten a su estructura corporal. Las mujeres tienen por lo general el torso y los brazos más cortos en relación con su estatura, que los hombres. Por este motivo les resulta difícil encontrar cuadros de bicicleta que les permitan un pedaleo cómodo.

Los fabricantes tratan de resolver este problema y para ello diseñan modelos más compatibles con el cuerpo femenino. Schwinn ofrece un cuadro con una distancia entre ejes más corta; 40,1 pulgadas. La constancia y uniformidad de las cotas son objeto de la máxima atención:

(a) Supongamos que Yulimar Prato, directora de mantenimiento de la calidad de Schwinn, elige 29 bicicletas y halla una varianza en la distancia entre ejes de 32,7 pulg<sup>2</sup>. Si la Lic. Prato tiene que garantizar que la variación a lo sumo sea de 27 pulg<sup>2</sup>, ¿indica esto que se cumplen las normas de producción?. Tomar  $\alpha = 5\%$ .

Sol: Región de aceptación, unilateral, sí se cumplen las normas de producción.

(b) Supongamos que las instrucciones de la Lic. Prato fuesen que la variación se mantuviera inferior a 27 pulg<sup>2</sup>. ¿Indicaría esto que se cumplen las normas de producción?

Sol: Región de aceptación, unilateral, no se cumplen las normas de producción.

(c) Dada la incoherencia de las dos pruebas anteriores, la Lic. Prato pide a su directora de producción Ysmel Flores, que elabore un intervalo de confianza del 90% para la varianza de la distancia entre ejes. ¿Cuál debe ser dicho intervalo?

Sol: Ysmel puede confiar al 90% en que la varianza de la distancia entre ejes se encuentra entre 22,15 y 54,09 pulg<sup>2</sup>.

3) Una especificación de control de calidad establece que la varianza de los pesos de productos envasados debe ser como máximo 1,2 onzas<sup>2</sup>. Una muestra de 14 envases da una media de 52 onzas y una desviación típica de 1,31 onzas. Contrastar la hipótesis en relación con la varianza al nivel del 1%.

Sol: Región de aceptación, unilateral, la varianza de los pesos de productos envasados no supera las 1,2 onzas<sup>2</sup>.

4) Una máquina expendedora debe llenar hasta el nivel medio de 17 onzas. Si la varianza de llenados es demasiado grande, se dice que el proceso de llenado está fuera de control. Las normas exigen que la varianza sea inferior a 0,9 onzas<sup>2</sup>. Contrastar la hipótesis en relación con la varianza si una muestra de 71 llenados da una desviación típica de 1,42 onzas al nivel del 5%.

a) ¿Deberá interrumpirse el proceso mientras se procede a ajustar la máquina?

Sol: Región de aceptación, por lo que se debe interrumpir el proceso de llenado.

b) Calcular e interpretar el intervalo de confianza del 90% para la varianza.

Sol: Se puede confiar al 90% en que la varianza del llenado se encuentra entre 1,56 y 2,73 onzas<sup>2</sup>.

5) Los tiempos necesarios en minutos para ejecutar un trabajo fueron 4,2 ; 7,1 ; 5,5 ; 4,6 ; 4,8 ; 6,8 ; 6,9 ; 6,2 ; 6,4 y 5,9. El jefe del sindicato afirma que la varianza de la población de tiempos de ejecución es inferior a los 0,9 minutos acordados en el convenio colectivo. Contrastar la hipótesis al nivel de significación del 1%.

a) ¿Tiene razón el jefe del sindicato?

Sol: Región de aceptación, el jefe del sindicato no tiene razón con relación a la varianza de la población de tiempos de ejecución.

b) Calcular e interpretar el intervalo del 99% de confianza para la varianza.

Sol: Se puede confiar al 99% en que la varianza de los tiempos de ejecución se encuentra entre 0,40 y 5,48 minutos<sup>2</sup>.

6) Shauki es el dueño de una empresa constructora que compra pernos de todas las formas y tamaños a un fabricante. Este fabricante afirma que la varianza de longitud de sus pernos más largos es a lo sumo 0,21 pulg<sup>2</sup>. Si Richard, compadre de Shauki, elige 22 pernos y halla una varianza de 0,27 pulg<sup>2</sup>, ¿está respaldada la afirmación del fabricante al nivel del 5%?.

Sol: Región de aceptación, unilateral, sí está respaldada la afirmación del fabricante

7) Con el fin de tener ordenada la escala salarial del personal docente en una universidad, el decano trata de que la varianza de los salarios del centro se mantenga en 5000 dólares. Si no es así, realizará ajustes para dejar los salarios dentro de límites. Una muestra de 20 docentes dio una media de 56326 dólares, con una desviación típica de 98,70 dólares. Al nivel del 10%, ¿deberá realizar el decano ajustes de salarios?.

Sol: Región de rechazo, bilateral, si deberá hacer ajustes de salario.

8) Los propietarios de concesiones de comida rápida pueden obtener ingresos millonarios, pero éstos suelen ser bastante irregulares. Una cadena popular informó que sus propietarios ganaban más de 113000 dólares, pero mostraban una desviación típica de 34000 dólares. La cadena manifestaba que habían tomado medidas para tener unos ingresos más regulares. ¿Se puede creer esta afirmación si se toma una muestra de 14 centros concesionarios y se halla una desviación típica de 32500 dólares en ingreso?.

Fijar  $\alpha = 0,10$ .

Sol: Región de aceptación, unilateral, no se puede creer en la afirmación de que se habían tomado medidas para tener ingresos más regulares.

9) La uniformidad del peso neto de los productos envasados son de vital importancia en las operaciones de la línea de producción. La empresa Dianne's Factory, vende tarros de arenque en salmuera y tiene dificultades permanentes para mantener los estándares de producción relativos a la uniformidad del llenado. Elena Angarita, jefa de contabilidad y compras, ha decidido adquirir un grupo de envasadoras nuevas; pero quiere estar segura al 90% de que la desviación típica de los llenados sea inferior a la limitación de 2,5 onzas. Se llenan 15 tarros con el nuevo sistema y se halla una desviación típica de 2,2 onzas. ¿Parece que este nuevo sistema proporcionará la uniformidad de llenado que desea la empresa?.

Sol: Región de aceptación, unilateral, el nuevo sistema no proporciona la uniformidad de llenado.

10) Se toma una muestra de quince predicciones de analistas financieros correspondientes a las ganancias por acción de una empresa. La desviación es de \$0,88. Calcular un intervalo de confianza del 95% para la varianza poblacional de las predicciones.

Sol: 0,415 ; 1,93

11) Los siguientes datos representan mediciones (realizadas en cm.) a una pieza con un instrumento de medición con el objeto de evaluar la precisión de dicho instrumento: 4,2 ; 4 ; 4,36 ; 4,01 ; 4,44 ; 4,56 ; 4,12 ; 4,39 ; 4,00 ; 4,12 ; 4,65 ; 4,28.

a) Calcule un estimador puntual para el parámetro que usted considere que sea adecuado en este caso.

Sol:  $s = 5,70$

b) Calcule un estimador por intervalo de confianza para dicho parámetro con un nivel de confianza del 95%.

Sol: 17,08 ; 120,33

12) La policía de tránsito está estudiando la estabilidad que mantienen los autos en cuanto a la velocidad (en Km.) por un tramo de una autopista. La siguiente muestra corresponde a la velocidad mantenida por un grupo de autos en dicho tramo: 100 ; 104 ; 102 ; 115 ; 120 ; 80 ; 90 ; 85 ; 110 ; 105 ; 130 ; 105.

a) Calcule un estimador por intervalo de confianza para el parámetro adecuado que refleja la estabilidad en la velocidad al 90% de confianza.

Sol: 09,55 ; 690,99

b) Calcule el mismo intervalo con un 95% de confianza.

Sol: 122,54 ; 569,5

c) Explique en qué consiste la diferencia entre ambos intervalos y cuál es la causa de la misma.

13) Un psicólogo está al tanto de los estudios que muestran que la desviación estándar en la duración de atención a pacientes con 5 años de edad es de 8 minutos. Él quiere saber si la variación en la duración en la atención en pacientes de 6 años de edad es la misma. Una muestra de 20 pacientes con seis años tuvo una desviación de 7 minutos. Con un nivel de significación del 5%, llegue a una conclusión al respecto.

Sol: No se rechaza la hipótesis nula, se cree que la variación en la duración de la atención a pacientes de 5 y 6 años es la misma.

14) Un fabricante de telescopios quiere que sus aparatos tengan una resolución con desviación estándar significativamente por debajo de 2 cuando se enfoca un objeto distante. Cuando se utiliza un nuevo telescopio para enfocar 30 veces un objeto, la desviación estándar de la muestra resultó ser de 1,46. ¿Deberá venderse el telescopio? Utilice un nivel de confianza del 99%.

Sol: No se rechaza la hipótesis nula, no deberá venderse el telescopio.

## Pruebas de Hipótesis para la Media y la Proporción (una población)

1) Un número de 1993 de Datamation decía que la gente tardaba 34 horas de promedio en aprender un nuevo programa informático. ¿Está respaldada esta información al nivel de 10% si 35 personas emplearan una media de 40,58 horas; con una desviación típica de 19,7 horas?

Sol: región de rechazo, no se respalda la afirmación ( $Z_{prueba} = 1,97$ )

2) Un convenio trabajadores-dirección exige una producción media diaria de 50 unidades. Una muestra de 150 días revela una media de 47,3 unidades, con una desviación típica de 5,7 unidades. Poner  $\alpha = 5\%$  y determinar si se cumple esta cláusula del contrato.

Sol: región de rechazo, no se cumple la cláusula del contrato ( $Z_{prueba} = -5,80$ )

3) En un artículo de Fortune, se debatía la creciente tendencia a que los empleados demanden a sus empresas por incumplir las promesas en relación con los beneficios sanitarios propuestos y concluía, que el juicio medio se entablaba por 115000 dólares. Cuarenta y dos juicios dieron una media de 114412 dólares.

Si se supone una desviación típica de 14000 dólares, ¿está respaldada la hipótesis al nivel del 7%?

Sol: región de aceptación, está respaldada la hipótesis ( $Z_{prueba} = -0,27$ )

4) La política de empresa en State Farm Insurance es restringir al 25% la proporción de reclamaciones resueltas a favor del asegurado. De las últimas 1122 pólizas, 242 compensaron por completo al asegurado; si  $\alpha = 10\%$ . ¿Se está cumpliendo la política?

Sol: región de rechazo, no se cumple la política ( $Z_{prueba} = -2,31$ )

5) Minit-Mart, una cadena de tiendas de artículos de consumo extendida por toda la nación, afirmaba en The Wall Street Journal que no abren tienda en ninguna localidad a menos que la renta media de la vecindad sea de 12000 dólares como mínimo. Una encuesta de 200 familias en una localidad determinada da una renta media de 11852 dólares, con una desviación típica de 1517 dólares. ¿Deben abrir la tienda si se cumplen todos los demás criterios de emplazamiento deseable? (suponer  $\alpha = 1\%$ ).

Sol: región de aceptación, deben abrir la tienda ( $Z_{prueba} = -1,38$ )

6) Cuando Eastern Airlines se acogió a la protección de las leyes de bancarrota en 1989 en virtud del capítulo 11, se hizo evidente que muchas de las mayores empresas de la nación estaban en dificultades financieras. Durante una sesión de un subcomité del Senado, el senador Kennedy estimó que las empresas que buscan liberarse de las presiones de los acreedores debían, de media, más de 2200 millones de dólares. Una comprobación de 17 juicios recientes en virtud del capítulo 11 reveló que las empresas implicadas debían 2430 millones de dólares, con una desviación típica de 900 millones de dólares. ¿Está respaldada la afirmación de Kennedy al nivel del 10%?

Sol: región de aceptación, la afirmación de Kennedy no está respaldada ( $t_{prueba} = 1,05$ )

7) Un medicamento en estudio por la Federal Drug Administration tiene que llevar a 13 puntos la presión sanguínea en pacientes cardíacos antes de ser aceptado para uso

general. En una prueba sobre 51 pacientes redujo la presión en 12,2 puntos de media, con desviación típica de 2,3 puntos. Al nivel del 1%, ¿debe aprobar la FDA el medicamento?.

Sol: región de aceptación, se debe aprobar el medicamento ( $Z_{prueba} = -2,48$ )

8) El departamento de policía de Santa Clara, California, ha encontrado que los agentes de tráfico deben imponer una media de 27 multas de tráfico al mes. Si un agente impone más de estas multas, quizás sea demasiado celoso en el cumplimiento de su deber. Si entrega menos multas puede que el agente no esté haciendo un buen trabajo. Para evaluar a sus agentes, el jefe de policía anotó el número de multas impuestas por 15 agentes. Los resultados se muestran a continuación. Al nivel del 5%, ¿le parece que la fuerza policial cumple satisfactoriamente su cometido?.

28	34	30
31	29	33
22	32	38
26	25	31
25	24	31

Sol: región de aceptación, la fuerza policial cumple con su trabajo ( $t_{prueba} = 2,045$ )

9) Un informe reciente publicado en la revista Fortune establecía que más del 65% de los titulados universitarios dejan su primer trabajo antes de 2 años. Un estudio realizado por 2 profesores de gestión empresarial de la universidad de Colorado encontró que 352 de 488 recién graduados que fueron entrevistados se mantuvieron en su primer empleo menos de 2 años. Al nivel de 3%, ¿respaldan estos datos el estudio de Fortune?

Sol: región de rechazo, los datos respaldan el estudio ( $Z_{prueba} = 3,18$ )

10) Atlas Sporting Goods ha puesto en marcha una promoción comercial especial para su estufa de propano y siente que la promoción debe provocar un cambio en el precio para el consumidor. Atlas sabe que antes de que comenzara la promoción, el precio promedio al detal de la estufa era de 44,95 dólares, con una desviación estándar de 5,75 dólares. Atlas muestrea a 25 de sus minoristas después de iniciada la promoción y encuentra que el precio medio de las estufas es ahora de 42,95 dólares. A un nivel de significancia de 0,02; ¿tiene Atlas razones para creer que el precio promedio al detal para el consumidor ha disminuido?

Sol: región de aceptación, Atlas no debe creer que el precio ha disminuido ( $Z_{prueba} = -1,74$ )

11) Hinton Press supone que la vida de su prensa rotativa más grande es de 14500 horas, con una desviación estándar conocida de 2100 horas. De una muestra de 25 prensas, la compañía encuentra una media de muestra de 13000 horas. A un nivel de significancia de 0,01; ¿debería concluir la compañía que la vida promedio de las prensas es menor que las hipotéticas 14500 horas?

Sol: región de rechazo, la vida promedio de las prensas es menor al valor hipotético ( $Z_{prueba} = -3,57$ )

12) La comisión promedio que cargan las compañías de corretaje de tiempo completo en una venta de valores comunes es de 144 dólares, con una desviación estándar de 52 dólares. Lorena tomó una muestra aleatoria de 121 compras por parte de sus clientes y determinó que habían pagado una comisión promedio de 151 dólares. A un nivel de

significancia de 0,10; ¿puede concluir Lorena que las comisiones de sus clientes son mayores que el promedio de la industria?

Sol: región de rechazo, las comisiones de sus clientes son mayores que el promedio de la industria ( $Z_{prueba} = 1,48$ )

13) Noah Fence Company piensa que el número medio de días necesarios para realizar un trabajo debe ser 27. Si la media es menor que 27, Noah teme que el trabajo se ejecute con descuido de la calidad, mientras que una medida encima de 27 puede dar lugar a unos gastos innecesarios. Se eligen al azar 50 trabajos con objeto de contrastar esta afirmación, se encuentra que la media es 25,3 días, con una desviación típica de 2,1 días. Mr. Noah desea contrastar la hipótesis a nivel de significación del 1%. Determinar el sistema de hipótesis y realizar la prueba; si se rechaza la hipótesis Mr. Noah tendrá que volver a valorar el proceso de trabajo para garantizar que se siguen procedimientos adecuados.

Sol: Región de rechazo, Noah tiene que evaluar el trabajo para garantizar que se respeten los procedimientos correctos. ( $Z_{prueba} = -5,72$ )

14) Mom's Home Cookin, principal competidor de Squat and Gobble, afirma que el 70% de los clientes pueden almorzar por 5 dólares. Mom desea probar esta afirmación al nivel de confianza del 92%. Si resultara que un porcentaje distinto del 70% de los clientes pagan una media diferente a 5 dólares, Mom planea ajustar sus precios. Una muestra aleatoria de 110 clientes reveló que 66 pagaban una cantidad diferente de 5 dólares por almuerzo. ¿Debe Mom ajustar los precios?

Sol: Región de rechazo, Mom tiene que cambiar el precio de sus menús.

15) Los vecinos de Hogs Breath, venden una piara de cerdos sólo cuando sus pesos medios alcanzan las 220 libras. Zeke Zieffel, vecino de Hogs Breath, se va a casar la semana próxima y necesita dinero para pasar su luna de miel en Butcher's Hollow. Zeke selecciona 12 cerdos de su piara y los pase. La media y la desviación típica son 217 y 26 libras respectivamente. ¿Debe vender Zeke?. Sea  $\alpha = 0,05$ ; Zeke supone que la población de pesos sigue una distribución normal.

Sol: Región de aceptación, puede vender los cerdos.

16) Honest John afirma que los propietarios de sus coches usados pueden recorrer una media de 10000 millas como mínimo sin necesidad de ninguna reparación importante. Con objeto de determinar el grado de honestidad de Honest John, se eligen 100 clientes y se halla que recorrieron una media de 9112 millas sin reparaciones, con una desviación típica de 207. Si resulta que los coches usados de John den una media de 10000 millas como mínimo sin averías, usted está dispuesto a comprarle su próximo coche. Si quiere estar seguro al 99% de que Honest John no miente, ¿cómo podría contrastar su afirmación?

Sol: Región de rechazo, Usted comprará su coche en otro sitio. ( $Z_{prueba} = -42,9$ )

17) La Rancid Meat Parking Company teme que el peso medio de sus envíos sea superior a 30 libras. Este supuesto es indeseable porque cualquier peso superior implica costos de envío adicionales. Si el contraste de hipótesis sugiere que el peso medio es superior a 30, Rancid revisará su procedimiento de embalaje. Para determinar el peso medio de las expediciones se eligen al azar 25 órdenes de envío. La media muestral es de 32,1 libras, con una desviación típica de 3,1 libras. Formular las hipótesis para Rancid y realizar la prueba con  $\alpha = 0,05$ .

Sol: Región de rechazo, Rancid deberá tomar medidas para reducir el peso de sus expediciones y evitar costos de envíos excesivos.

18) La directora de KAYS-TV ha dicho a su consejo de administración que el 40% como mínimo de todos los telespectadores sintonizan su programa de noticias local a las 5 en punto de la tarde. Si resulta que menos del 40% del público ve el programa, la directora despedirá al presentador de las noticias. Si el consejo de administración averigua que de una muestra de 250 telespectadores llamados por teléfono, 97 de ellos están viendo en ese momento el programa de noticias, ¿a qué conclusión puede llegar el consejo en relación con la popularidad de la emisión?. Poner  $\alpha = 0,01$ .

Sol: Región de aceptación, el presentador no será despedido.

19) News & World Report publicó un artículo sobre la carrera de éxitos de Wal-Mart. Actualmente es la cadena de venta al por menor de la nación. Empezó con una sola tienda de descuento en la pequeña localidad de Rogers, Arkansas, y ha crecido hasta poseer 1300 tiendas en 25 estados. Este éxito le ha valido a Sam Walton, fundador y mayor accionista, el título de hombre más rico de América. Las ventas anuales se cifran en 15 millones de dólares por tienda.

Si se elige al azar una muestra de 120 tiendas y se hallan unas ventas medias de 15,39 millones de dólares, con una desviación típica de 2,9 millones de dólares, ¿está respaldada la hipótesis de media igual a 15 millones al nivel de significancia del 10%?.

Sol: Región de aceptación, la hipótesis está respaldada a ese nivel.

20) El servicio norteamericano de peces y vida salvaje etiquetaba salmones que desovaban en el río Hood, cerca de Seattle para determinar sus características migratorias. El servicio pensaba que el 40% de los peces volvían allí cada año.

Si una muestra de 2022 peces reveló que 822 habían sido etiquetados el año anterior. ¿Está respaldada la hipótesis del servicio al nivel del 5%?

Sol: Región de aceptación, la hipótesis está respaldada a ese nivel.

21) Hilda Radner es propietaria de una empresa editora en Palo Alto, California. El negocio ha mejorado hace poco e Hilda piensa que los ingresos diarios son superiores a los 500 dólares del año pasado. Una muestra de 256 días revela una media de 520 dólares y una desviación típica de 80,70 dólares. Al nivel de significación del 1%. ¿Tiene razón Hilda?

Sol: Región de rechazo, tiene razón Hilda.

22) Phil Hovath, de 10 años de edad, es el repartidor de periódicos del barrio. Quiere mantener su número medio de clientes diarios de 65, en los 60 últimos días el pequeño Phil ha tenido una media de 65,2 clientes con una desviación de 10,37. Al nivel del 5%, ¿consigue Phil su objetivo?

Sol: Región de aceptación, sí consigue su objetivo.

23) Un fabricante de detergente afirma que el contenido de los paquetes que vende pesa, por lo menos 200 gramos. Sin embargo clientes han protestado porque piensan que los paquetes tienen un peso menor. Se ha analizado una muestra de 16 paquetes dando un peso medio muestral de 198,4 gramos. Pruebe con un nivel de confianza del 90% si los clientes tienen razón en lo planteado. Se sabe por experiencia que la distribución del peso de los paquetes es normal con una desviación de 4 gramos.

Sol: Se rechaza  $H_0$

24) Un fabricante afirma que mediante el uso de un aditivo en la gasolina el incremento en el recorrido de los automóviles por litro podría ser de al menos en 3 Km. por litro. En una muestra de 100 automóviles se registró un incremento medio de 2,4 kilómetros con una desviación de 1,8 Km. por litro. Pruebe si el fabricante tenía razón en su hipótesis. Considere normalidad en los datos y un nivel de confianza del 95%.

Sol: Se rechaza  $H_0$

25) Cuando un proceso de producción funciona correctamente produce frascos de champú con un peso promedio de 200 gr. Una muestra aleatoria de una remesa presentó los siguientes pesos: 214 ; 197 ; 197 ; 206 ; 208 ; 201 ; 197 ; 203 ; 209. Asumiendo que la distribución de los datos es normal, pruebe con un nivel de confianza del 95% si el proceso está funcionando correctamente. Sol: No se rechaza  $H_0$

26) Un profesor tiene interés en conocer la habilidad de los estudiantes de una sección para preciar la dificultad en un examen. La puntuación media que logran los estudiantes en este tipo de examen es de 78,5. Se pidió a un grupo de estudiantes de dicha sección que predijera esta puntuación media, siendo sus predicciones: 72 ; 83 ; 78 ; 65 ; 69 ; 77 ; 81 ; 71. ¿Cree usted que puede decirse que la predicción de los estudiantes de la sección es de 78,5? Utilice un nivel de confianza del 95%.

Sol: No se rechaza  $H_0$

27) De una muestra de 361 propietarios de pequeños comercios que quebraron en un período determinado, 105 no tuvieron asesoramiento profesional antes de abrir el negocio. Por experiencia se sabe que lo que ha venido ocurriendo es que a lo sumo el 25% de los comercios que no reciben asesoramiento quiebran. Analice si estos resultados prueban que ha habido un aumento en el porcentaje de quiebras. Utilice un nivel del 90%.

Sol: No se rechaza  $H_0$ .

28) Históricamente en los partidos de Football Americano, el equipo que juega en casa gana al menos la mitad de los partidos. En una muestra de 99 partidos, el equipo que jugó en casa ganó solo 40 partidos ¿Considera usted que ha disminuido de manera significativa la cifra planteada? Utilice un nivel del 95%.

Sol: Se rechaza  $H_0$

29) Una muestra aleatoria de diez estudiantes dio las siguientes cifras en horas para el tiempo que pasan estudiando durante la semana previa a los exámenes finales. 28 ; 57 ; 42 ; 35 ; 61 ; 39 ; 55 ; 46 ; 49 ; 38.

a) Estime el tiempo medio de estudio de un estudiante en la semana anterior a los exámenes.

Sol: 45

b) Estime la variabilidad del tiempo de estudio.

Sol: 10

c) Calcule un intervalo de confianza para el tiempo medio con un nivel de confianza del 95%

d) Un grupo de profesores considera que el tiempo medio debería ser como mínimo de 40 horas. Pruebe si los profesores están en lo cierto con un nivel del 95%.

Sol: No se rechaza  $H_0$

e) Otros profesores consideran que sólo el 35% de los estudiantes estudian más de 40 horas la semana antes del examen. Pruebe si los profesores tienen razón con un nivel del 95%.

Sol: No se rechaza  $H_0$

### **Pruebas de Hipótesis para la Media y la Proporción (dos poblaciones)**

1) Para fabricar baterías destinadas a ordenadores portátiles se emplean dos procedimientos diferentes. Una firma importante de electrónica inspeccionó las baterías producidas por cada método para determinar el número de horas que durarían sin fallar definitivamente. Las 120 baterías fabricadas por el primer método presentaban una vida media de 812 horas, mientras que las 200 fabricadas por el segundo método dieron una media de 789 horas antes del fallo definitivo. Aunque se desconocen las varianzas poblacionales, la utilización de muestras grandes permite una aproximación segura mediante las varianzas muestrales que son  $s_1^2 = 85,512$  y  $s_2^2 = 64,402$ . Como director de producción de la firma de electrónica, usted tiene que decidir si existe alguna diferencia entre la vida media de los dos tipos de batería. Si hay alguna diferencia tendrá que informar a la empresa para que utilice el proceso de producción mejor. Está dispuesto a aceptar una probabilidad del 10% de cometer un error de tipo I. ¿Qué decisión tomará?

Sol: Región de rechazo, debe informar a la empresa para que utilice el proceso de producción mejor.

2) Según un artículo aparecido en Business Week sobre la creciente popularidad mundial del golf, la tarifa por jugar en un campo de golf en Japón puede llegar a los 79 dólares, y ser miembro de los clubs de golf cuesta más de 2000000 de dólares. Sin embargo, las instalaciones están siempre llenas, lo que retrasa el avance del juego. Como los empresarios japoneses trabajan a menudo 15 o más horas al día, cualquier pérdida de tiempo por retraso es crucial para ellos. Con objeto de comparar los tiempos de juego en dos clubs exclusivos, un ejecutivo japonés anota que en 12 hoyos jugados en un club se invirtieron 6,4 horas de media, con una desviación típica de 2,7 horas; mientras que para 10 hoyos en un segundo club hizo falta una media de 5,9 horas con una desviación típica de 2,1 horas. El ejecutivo piensa que el tiempo medio de juego en el primer club es superior al segundo. ¿Tiene razón al nivel de significación del 5%?. Se supone que los tiempos de juego siguen una distribución normal con varianzas iguales. ¿De qué club se deberá hacer socio el ejecutivo si quiere minimizar el tiempo de ausencia de su trabajo?

Sol: Región de aceptación, no importa de que club se haga socio.

3) Las divisiones de análisis económico de varios gobiernos estatales de todo el país estudian el efecto económico de las carreras de caballos reguladas por el Estado en determinados lugares. Muchos de ellos han considerado las ventajas relativas de las carreras de caballos en pistas de hierba frente a las disputadas en pistas de tierra. Una buena cantidad de ingresos de las carreras podría resultar afectada por esta decisión, que depende en parte del efecto que la superficie de la pista tiene sobre los tiempos de cada carrera. Para establecer una comparación, se cronometran siete caballos en carreras competitivas sobre cada tipo de pista. Los resultados se recogen en la tabla, los tiempos están en minutos. Vea que las observaciones están pareadas, puesto que las mismas observaciones (caballos) se tomaron en dos circunstancias diferentes (pistas). Tome  $\alpha = 10\%$

Caballo	Tiempo en pista de tierra	Tiempo en pista de hierba
1	1,82	1,73
2	1,91	1,87
3	1,87	1,82
4	1,73	1,67
5	1,59	1,63
6	1,67	1,72
7	1,76	1,65

Sol: Región de aceptación, la superficie de la pista no influye en los tiempos de carrera.

4) K-9 Kennel Chow intenta establecerse como empresa líder en el mercado de alimento para perros. En su presentación de imponer su dominio en el sector, los estadísticos de la división de marketing de K-9 realizaron una prueba comparativa frente a otra marca popular. El objetivo de la prueba era demostrar que el alimento para perros que vendía el competidor, a pesar de ser más caro, no promovía el crecimiento y la ganancia de peso, más que el producto vendido por K-9 Kennel.

La prueba, recogida en Dog Breeders Journal, implicaba la elección de ocho razas de perros diferentes, que fueron alimentados exclusivamente con comida para perros K-9 Kennel. Otros ocho perros de las mismas razas y edades similares fueron alimentados con el producto del competidor. Los perros de cada grupo fueron emparejados por razas y edades, cada par se pesó al principio del período de prueba y se volvió a pesar al cabo de cuatro meses. En la tabla se indican las ganancias de peso de cada raza.

Para  $\alpha = 10\%$ , contrastar la hipótesis de que no hay diferencia con las ganancias medias de peso.

Raza	K-9 Kennel	Marca competidora
1	3,2	3,4
2	4,7	4,2
3	4,2	4,3
4	5,7	5,9
5	3,1	3,5
6	5,4	5,1
7	4,3	4,3
8	5,5	5,7

Sol: Región de aceptación, no hay diferencia significativa entre la ganancia de peso de los perros alimentados con K-9 y el más caro.

5) Como proyecto de fin de carrera, una estudiante del último año de marketing en una universidad estatal quiere determinar si existe alguna diferencia en la proporción de hombres que responden favorablemente a un determinado anuncio y la proporción de mujeres que lo hacen. De 875 hombres, 412 informan que tienen una impresión positiva; de las 910 mujeres encuestadas, sólo 309 están a favor. Contrastar las hipótesis a nivel de significancia del 10%

Sol: Región de rechazo, existe diferencia significativa entre la percepción de los hombres y las mujeres.

6) Una corporación bancaria quiere comparar el nivel medio de las cuentas de ahorro abiertas en bancos comerciales del Zulia con las de Miranda. Muestras de 230 agencias bancarias del Zulia y 302 en Miranda, tienen medias de 1512 dólares y 1317 dólares, respectivamente. Se sabe que la desviación típica en las cuentas para cada estado son 517 dólares para el Zulia y 485 dólares para Miranda.

Contrastar la hipótesis de que no hay diferencia de ahorros medios al nivel del 5%.

Sol: Región de rechazo, los datos sugieren que el nivel medio de ahorro es mayor en el Zulia.

7) Karina y su esposo son propietarios de una empresa fabricante de tablas de surf que tiene gran éxito en Cuyagua. Hay algunas dudas sobre el tiempo medio necesario para fabricar sus dos modelos más populares. Karina afirma que lleva más tiempo producir la Boggie Board que fabricar la Super Surfer.

El esposo está en desacuerdo, ambos deciden contrastar el argumento de Karina al nivel del 5%. Los datos de producción indican que para fabricar 90 de las Boggie Board se requirió una media de 140,2 horas con una desviación típica de 22,7 horas; mientras que en fabricar 110 de las Super Surfer se tardó una media de 131,7 horas con una desviación típica de 23,9 horas. Si Karina tiene razón, abandonarán la producción de la Boggie Board. ¿Deberán hacer un cambio en la línea de producto?.

Sol: Región de rechazo, Karina tiene razón y se debe hacer un cambio en la línea de producto.

8) Suponga que en el ejercicio anterior Karina afirmase no sólo que el tiempo medio de acabado de las Boggie Board supera al de las Super Surfer, sino que la diferencia es mayor a 7 horas. Establecer las hipótesis y decidir si hay o no rechazo de la hipótesis nula.

Sol: Región de aceptación, la afirmación de Karina queda rechazada.

9) Un número de abril de 1.991 de la revista Fortune publicaba un artículo sobre la numerosa generación de adictos al trabajo, con edades entre 25 y 43 años, que ocupan puestos directivos en las empresas. El artículo comparaba la vida laboral de estos jóvenes ejecutivos que se han colocado en el camino del ascenso rápido en las empresas con la de los trabajadores que dedican menos tiempo a su trabajo. Mientras que quienes siguen la moda de perseguir el éxito suelen trabajar 70, 80 o incluso 90 horas a la semana, lo típico es trabajar 60. Los datos se recopilaron a partir de entrevistas con empleados de las empresas. Si clasificamos en el grupo 1 a los de ascenso rápido y en el grupo 2 a los que dedican menos tiempo a su trabajo, y suponemos que las entrevistas revelaron los datos estadísticos siguientes en relación con los programas de trabajo semanales:

Grupo 1	Grupo 2
$\bar{x} = 62,5$ horas	$\bar{x} = 39,7$ horas
$s = 23,7$ horas	$s = 8,9$ horas
$n = 175$	$n = 168$

a) Al nivel de significación del 10%, ¿parece haber una diferencia entre el número medio de horas semanales dedicadas al trabajo por uno y otro grupo?

Sol: Región de rechazo, sí hay una diferencia significativa entre las medias de la horas trabajadas semanales.

b) Supongamos que queremos determinar si los pertenecientes al primer grupo trabajan más horas que la media de los pertenecientes al segundo.

Sol: Región de rechazo, los resultados indican que la media del primer grupo es superior a la del segundo.

c) Comprobar la hipótesis de que  $\mu_1$  sea superior a  $\mu_2$  en 10 horas.

Sol: Región de rechazo, los datos sugieren que la media del primer grupo supera a la del segundo en más de 10 horas.

10) Muchos estudios económicos se ocupan de sectores en los cuales una gran parte del dominio del mercado se concentra en manos de unas pocas empresas. Se teme que las empresas poderosas en sectores de tan alta concentración dominen el mercado con fines egoístas. Se emparejaron las empresas de nueve sectores concentrados con las de un número igual de sectores en los cuales el poder económico estaba más disperso. Se hicieron coincidir las empresas de cada grupo en cuanto a competencia extranjera, estructuras de costo y todos los demás factores que pueden afectar a los precios industriales.

A continuación se indican los incrementos medios del precio en porcentajes de cada sector. Al nivel del 5%, ¿parece que los sectores concentrados presentan una presión inflacionaria más pronunciada que los sectores menos concentrados?

Pareados de sectores	Sectores concentrados (%)	Sectores menos concentrados (%)
1	3,7	3,2
2	4,1	3,7
3	2,1	2,6
4	-0,9	0,1
5	4,6	4,1
6	5,2	4,8
7	6,7	5,2
8	3,8	3,9
9	4,9	4,6

Sol: Región de aceptación, los datos no indican que la elevación media del precio sea mayor en sectores concentrados.

11) Un estudio realizado por Retail Management reveló que 131 de 468 mujeres pagaron sus compras al por menor con una tarjeta de crédito concreta, mientras que de 237 hombres 57 utilizaron la misma tarjeta:

a) ¿Hay datos indicadores de una diferencia en la proporción de mujeres y hombres que utilizan esa tarjeta? Sea  $\alpha = 0,05$

Sol: Región de aceptación, las dos proporciones son iguales.

b) Suponga que la hipótesis fuera que la proporción de mujeres sea mayor a la de los hombres.

Sol: Región de aceptación

c) Supongamos que la hipótesis fuera que la proporción de mujeres era como mínimo tan grande como la de hombres.

Sol: Región de aceptación

12) Un vendedor de autos ha planteado que el grado de satisfacción de las mujeres con sus vehículos es mayor que el de los hombres. Para ello el concesionario en que trabaja a encuestado a 250 mujeres y a 200 hombres obteniendo que 200 mujeres estaban satisfechas con su vehículo, mientras 140 hombres también lo estaban. Pruebe con un nivel de confianza del 99% si la hipótesis del vendedor es cierta.

Sol:

13) Históricamente se ha planteado que las proporciones de anuncios cómicos en revistas norteamericanas e inglesas son aproximadamente iguales. Un crítico inglés sin

embargo plantea que eso no es así, que en los diarios norteamericanos se publican mucho más artículos cómicos. De una muestra aleatoria de 203 anuncios británicos 52 eran humorísticos, mientras que de 270 anuncios americanos 62 eran cómicos. Pruebe con un nivel de confianza del 95% si puede afirmarse lo planteado por el crítico inglés.

Sol: No se rechaza  $H_0$

14) Se piensa que a las mujeres economistas se le asignan las mismas tareas que a los hombres. Se aplicó una encuesta para evaluar el número de tareas asignadas a hombres y mujeres en una escala de 1 a 5. (1 totalmente en desacuerdo) , 5 (de acuerdo). En una muestra de 186 hombres la respuesta promedio fue de 4,059 puntos con una desviación de 0,839, mientras que en una muestra de 172 mujeres la respuesta media fue de 3,680 con una desviación de 0,966. Pruebe la hipótesis planteada con un nivel de significación de 1%.

Sol: Se rechaza  $H_0$

15) Se llevó a cabo un estudio que pretendía valorar el efecto de la presencia de moderador sobre el número de ideas generadas por un grupo. Se observaron grupos de 4 miembros con y sin moderadores, Para la muestra con moderador el número medio de ideas generadas por grupo fue de 78 con una desviación típica de 24,4. Para la muestra sin moderador el número medio fue de 63,5 con una desviación de 20,2. Asumiendo que las poblaciones son normales con igual varianza, pruebe la hipótesis de que el moderador logra mayor generación de ideas con un nivel de confianza del 95%.

Sol: No se rechaza  $H_0$

16) Se plantea que el hecho de que los estudiantes participen en las votaciones estudiantiles no depende de las calificaciones que estos obtienen. Sin embargo una profesora de Ciencias políticas dice que esto no es así. Por ello ha tomado una muestra de tamaño 114 de los estudiantes que votaron obteniendo como media para sus calificaciones una nota de 2,71 y una desviación típica de 0,64. Para una muestra aleatoria de 123 estudiantes que no votaron las calificaciones medias fueron de 2,79 con una desviación de 0,56. Pruebe con un nivel de significación de 5% si la profesora tenía razón en lo planteado. Suponga normalidad e igualdad de varianza para las 2 poblaciones.

Sol: No se rechaza  $H_0$

17) Un editor piensa que las ventas de unos libros son mayores si llevan una cubierta de diseño costoso. Por experiencia se conoce que las ventas siguen una distribución normal con varianza igual a 1,5 libros mensuales. El editor publica 20 libros con cubierta cara y 10 con cubiertas sencillas mensualmente. Los promedios de ventas mensuales en ambos grupos fueron de 9254 y 2107 libros respectivamente. Con un nivel de confianza del 90% pruebe si el editor tenía razón en lo planteado.

Sol: Se Rechaza  $H_0$

## Pruebas de hipótesis para la varianza

1) Hot. Tubs, Inc., fabrica jacuzzis y sus accesorios. El modelo más lujoso de jacuzzi que produce la empresa, está equipado con un televisor con mando a control remoto y una pequeña nevera, para los muy sibaritas. Gilda “Burbujitas” Velez, propietaria de la empresa, quiere mantener las existencias semanales de estos televisores miniaturizados dentro de la varianza  $\sigma^2 = 75$  unidades<sup>2</sup>. “Burbujitas” toma una muestra de 30 semanas y halla  $s^2 = 71$  unidades<sup>2</sup>. Al nivel de  $\alpha = 10\%$ , ¿se cumple el objetivo de “Burbujitas”?

Sol: Región de aceptación, bilateral, Burbujitas puede suponer que las existencias cumplen su objetivo.

2) En el número de marzo de Bycycling, revista para aficionados a las dos ruedas, se analizaba el singular problema al que se enfrentan las mujeres para encontrar bicicletas que se adapten a su estructura corporal. Las mujeres tienen por lo general el torso y los brazos más cortos en relación con su estatura, que los hombres. Por este motivo les resulta difícil encontrar cuadros de bicicleta que les permitan un pedaleo cómodo.

Los fabricantes tratan de resolver este problema y para ello diseñan modelos más compatibles con el cuerpo femenino. Schwinn ofrece un cuadro con una distancia entre ejes más corta; 40,1 pulgadas. La constancia y uniformidad de las cotas son objeto de la máxima atención:

(a) Supongamos que Yulimar Prato, directora de mantenimiento de la calidad de Schwinn, elige 29 bicicletas y halla una varianza en la distancia entre ejes de 32,7 pulg<sup>2</sup>. Si la Lic. Prato tiene que garantizar que la variación a lo sumo sea de 27 pulg<sup>2</sup>, ¿indica esto que se cumplen las normas de producción?. Tomar  $\alpha = 5\%$ .

Sol: Región de aceptación, unilateral, sí se cumplen las normas de producción.

(b) Supongamos que las instrucciones de la Lic. Prato fuesen que la variación se mantuviera inferior a 27 pulg<sup>2</sup>. ¿Indicaría esto que se cumplen las normas de producción?

Sol: Región de aceptación, unilateral, no se cumplen las normas de producción.

3) Una especificación de control de calidad establece que la varianza de los pesos de productos envasados debe ser como máximo 1,2 onzas<sup>2</sup>. Una muestra de 14 envases da una media de 52 onzas y una desviación típica de 1,31 onzas. Contrastar la hipótesis en relación con la varianza al nivel del 1%.

Sol: Región de aceptación, unilateral, la varianza de los pesos de productos envasados no supera las 1,2 onzas<sup>2</sup>.

4) Una máquina expendedora debe llenar hasta el nivel medio de 17 onzas. Si la varianza de llenados es demasiado grande, se dice que el proceso de llenado está fuera de control. Las normas exigen que la varianza sea inferior a 0,9 onzas<sup>2</sup>. Contrastar la hipótesis en relación con la varianza si una muestra de 71 llenados da una desviación típica de 1,42 onzas al nivel del 5%.

a) ¿Deberá interrumpirse el proceso mientras se procede a ajustar la máquina?

Sol: Región de aceptación, por lo que se debe interrumpir el proceso de llenado.

5) Los tiempos necesarios en minutos para ejecutar un trabajo fueron 4,2 ; 7,1 ; 5,5 ; 4,6 ; 4,8 ; 6,8 ; 6,9 ; 6,2 ; 6,4 y 5,9. El jefe del sindicato afirma que la varianza de la población de tiempos de ejecución es inferior a los 0,9 minutos acordados en el convenio colectivo. Contrastar la hipótesis al nivel de significación del 1%.

a) ¿Tiene razón el jefe del sindicato?

Sol: Región de aceptación, el jefe del sindicato no tiene razón con relación a la varianza de la población de tiempos de ejecución.

6) Shauki es el dueño de una empresa constructora que compra pernos de todas las formas y tamaños a un fabricante. Este fabricante afirma que la varianza de longitud de sus pernos más largos es a lo sumo  $0,21 \text{ pulg}^2$ . Si Richard, compadre de Shauki, elige 22 pernos y halla una varianza de  $0,27 \text{ pulg}^2$ , ¿está respaldada la afirmación del fabricante al nivel del 5%?

Sol: Región de aceptación, unilateral, sí está respaldada la afirmación del fabricante

7) Con el fin de tener ordenada la escala salarial del personal docente en una universidad, el decano trata de que la varianza de los salarios del centro se mantenga en 5000 dólares. Si no es así, realizará ajustes para dejar los salarios dentro de límites. Una muestra de 20 docentes dio una media de 56326 dólares, con una desviación típica de 98,70 dólares. Al nivel del 10%, ¿deberá realizar el decano ajustes de salarios?

Sol: Región de rechazo, bilateral, si deberá hacer ajustes de salario.

8) Los propietarios de concesiones de comida rápida pueden obtener ingresos millonarios, pero éstos suelen ser bastante irregulares. Una cadena popular informó que sus propietarios ganaban más de 113000 dólares, pero mostraban una desviación típica de 34000 dólares. La cadena manifestaba que habían tomado medidas para tener unos ingresos más regulares. ¿Se puede creer esta afirmación si se toma una muestra de 14 centros concesionarios y se halla una desviación típica de 32500 dólares en ingreso?. Fijar  $\alpha = 0,10$ .

Sol: Región de aceptación, unilateral, no se puede creer en la afirmación de que se habían tomado medidas para tener ingresos más regulares.

9) La uniformidad del peso neto de los productos envasados son de vital importancia en las operaciones de la línea de producción. La empresa Dianne's Factory, vende tarros de arenque en salmuera y tiene dificultades permanentes para mantener los estándares de producción relativos a la uniformidad del llenado. Elena Angarita, jefa de contabilidad y compras, ha decidido adquirir un grupo de envasadoras nuevas; pero quiere estar segura al 90% de que la desviación típica de los llenados sea inferior a la limitación de 2,5 onzas. Se llenan 15 tarros con el nuevo sistema y se halla una desviación típica de 2,2 onzas. ¿Parece que este nuevo sistema proporcionará la uniformidad de llenado que desea la empresa?.

Sol: Región de aceptación, unilateral, el nuevo sistema no proporciona la uniformidad de llenado.

10) Un psicólogo está al tanto de los estudios que muestran que la desviación estándar en la duración de atención a pacientes con 5 años de edad es de 8 minutos. El quiere saber si la variación en la duración en la atención en pacientes de 6 años de edad es la misma. Una muestra de 20 pacientes con seis años tuvo una desviación de 7 minutos. Con un nivel de significación del 5%, llegue a una conclusión al respecto.

Sol: No se rechaza la hipótesis nula, se cree que la variación en la duración de la atención a pacientes de 5 y 6 años es la misma.

11) Un fabricante de telescopios quiere que sus aparatos tengan una resolución con desviación estándar significativamente por debajo de 2 cuando se enfoca un objeto

distante. Cuando se utiliza un nuevo telescopio para enfocar 30 veces un objeto, la desviación estándar de la muestra resultó ser de 1,46. ¿Deberá venderse el telescopio? Utilice un nivel de significancia del 1%.

Sol: No se rechaza la hipótesis nula, no deberá venderse el telescopio.

### Prueba de Bondad de Ajuste

1) Se lanza un dado 30 veces y los números del 1 al 6 aparecen como se muestra en la siguiente distribución de frecuencias:

Resultado	Frecuencia
1	3
2	6
3	2
4	3
5	9
6	7

Al nivel de significancia de 0,10. ¿Puede concluirse que el dado es “legal”?

Sol: Región de aceptación, se puede concluir que el dado es “legal”

2) La señora Natalia Silva es la gerente de mercadotecnia de una empresa que se dedica a elaborar postales deportivas. Planea iniciar una serie de tarjetas con fotografías y estadísticas de juego de ex jugadores de la liga mayor de béisbol. Uno de los problemas es la selección de los antiguos jugadores. En la exhibición de dichas tarjetas, en el ccct, colocó un estante y ofreció las tarjetas de los siguientes 6 jugadores que se encuentran en el salón de la fama del béisbol: Dizzy Dean, Bob Feller, Phil Rizzuto, Warren Spanh, Mickey Mantle y Willie Mays.

El primer día vendió un total de 120 tarjetas, en la tabla se muestra el número de tarjetas vendidas de cada jugador de antaño. ¿Puede concluirse que las ventas de tarjeta son iguales para los seis ex jugadores, o debe concluirse que las ventas no son iguales? Tomar  $\alpha = 0,05$

Jugador	Tarjetas Vendidas
Dizzy Dean	13
Bob Feller	33
Phil Rizzuto	14
Warren Spanh	7
Mickey Mantle	36
Willie Mays	17

Sol: Región de rechazo, no es probable que las ventas de tarjetas de los seis jugadores sean iguales.

3) Una gerente de personal está preocupada respecto al ausentismo. Ha decidido muestrear las listas de asistencia para determinar si el ausentismo está distribuido uniformemente durante los seis días de la semana laboral. La hipótesis nula que ha de ser aprobada es: el ausentismo está distribuido equitativamente durante toda la semana. Se usará el nivel de 0,01. Los resultados de la muestra son:

Ausencias		Ausencias	
Lunes	12	Jueves	10
Martes	9	Viernes	9
Miércoles	11	Sábado	9

- (a) ¿Cómo se les denomina a los números 12, 9, 11, 10, 9 y 9?  
 (b) ¿Cuántas categorías existen?  
 (c) ¿Cuál es la frecuencia esperada para cada día?  
 (d) ¿Cuántos grados de libertad hay en este caso?  
 (e) ¿Cuál es el valor crítico para ji cuadrada al nivel de 1%?  
 (f) Calcule el valor estadístico de prueba  
 (g) ¿Se rechaza la hipótesis nula?

(h) En forma específica, ¿qué indica esto a la gerente de personal?

Sol: frecuencias observadas; seis (seis días de la semana); 10 (total de frecuencias observadas entre 6); 5; 15,086; 0,8; No, El ausentismo se distribuye uniformemente durante toda la semana, las diferencias observadas se deben a la variación del muestreo.

4) Las hipótesis nula y alternativa son :

$H_0$  : Las categorías de celda son iguales

$H_1$  : Las categorías de celda no son iguales

Categoría	$f_o$
A	10
B	20
C	30

(a) Enuncie la regla de decisión, usando el nivel de significancia de 0,05.

Sol: se rechaza si  $\chi^2 > 5,991$

(b) Calcule el valor de ji cuadrada de prueba

Sol: 10

(c) ¿Cuál es su decisión respecto a  $H_0$ ?

Sol: No se acepta  $H_0$ , las relaciones proporcionales no son iguales.

5) Un grupo de compradoras, entre las cuales se destacan Diana y Marbelys, están en una tienda por departamentos. Después de ver una nueva línea de vestidos, el grupo expresó sus opiniones. Los resultados son:

Opinión	Número de Compradores	Opinión	Número de compradores
Extraordinario	47	Bueno	39
Excelente	45	Regular	35
Muy bueno	40	Inaceptable	34

Como el número más elevado (47) indicó que la nueva línea es extraordinaria, Silvana (como diseñadora principal) cree que es imperativo realizar la producción en masa de los vestidos. La jefa de otra área (que por alguna razón tiene que ver en el asunto) cree que no está claro el motivo, y señala que las opiniones están distribuidas por igual en las seis categorías. Además, expresa que las ligeras diferencias entre los diversos conteos probablemente se deban al azar. Pruebe la hipótesis nula de que no existe diferencia significativa entre las opiniones de los compradores. Use el nivel de riesgo de 0,01.

Sol: Región de aceptación, no hay diferencia en las relaciones proporcionales por lo que Silvana no tiene razón.

6) El departamento de tarjetas de crédito bancarias del California Bank sabe que por su larga experiencia, que 5% de los tarjetahabientes han tenido algunos estudios de

bachillerato, 15% han terminado dicho nivel escolar, 25% han tenido ciertos estudios universitarios, y 55% han concluido la instrucción en universidad. De los 500 tarjetahabientes que fueron reportados por falta de pago en este mes, 50 tenían estudios de bachillerato, 100 terminaron tal nivel escolar, 190 tenían cierta preparación universitaria y 160 concluyeron la instrucción en la universidad. ¿Se puede concluir que la distribución de tarjetahabientes que no han pagado sus cuentas es diferente de la de los demás?. Aplique el nivel de significancia de 0,01

Sol: Región de rechazo, la distribución de tarjetahabientes que no han pagado sus cuentas sí es diferente.

7) El fabricante de una terminal de computadora informa en su material de publicidad que la duración media de tal dispositivo, según uso normal, es de 6 años, con una desviación estándar de 1,4 años. Una muestra de 90 unidades vendidas hace 10 años, mostró la siguiente distribución de las duraciones:

Vida útil ( años)	Frecuencia
Menos de 4	7
4 a 5	14
5 a 6	25
6 a 7	22
7 a 8	16
8 o mayor	6

Al nivel de significancia de 0,05. ¿Puede el fabricante concluir que tales tiempos están distribuidos normalmente?

Sol: Región de aceptación, la distribución sí es normal.

8) La doctora Jessica Altuve, presidenta de la institución Duval University, recopiló información acerca de los sueldos anuales de profesores de tiempo completo en los 160 colegios universitarios que hay en el país. Utilizó un sistema programático para Estadística (software), y determinó que el pago laboral medio era de 54,03 miles de dólares, y que la desviación estándar era de 13,76 miles de dólares. La distribución de frecuencias para estos sueldos por año se muestra en la siguiente tabla:

Sueldo miles de dólares	Número de colegios
Menor que 30	4
30 a 40	20
40 a 50	41
50 a 60	44
60 a 70	29
70 a 80	16
80 a 90	2
90 a 100	4

¿Coinciden las frecuencias observadas con las frecuencias esperadas, con base en la distribución probabilística normal?. Utilizar  $\alpha = 0,05$

Sol: Región de aceptación, la distribución de los sueldos de profesores de tiempo completo sigue la del tipo normal.

9) Diego Arias es un asesor económico contratado por el aeropuerto de Maiquetía para estudiar la estructura del tráfico aéreo. Los registros de vuelo de los últimos años que lleva el aeropuerto indican una media de 3,2 aterrizajes por minuto. Diego quiere contrastar la hipótesis de que los aterrizajes siguen una distribución de Poisson, para

ello toma una muestra de los aterrizajes realizados en 200 minutos. La tabla refleja los datos muestrales de las frecuencias observadas:

Número de aterrizajes	Frecuencias Observadas
0	10
1	23
2	45
3	49
4	32
5 o más	41

Contrastar la hipótesis al nivel del 1%.

Sol: Región de aceptación, Diego puede estar 99% seguro de que los aterrizajes siguen una distribución de Poisson.

10) Las especificaciones de producción de las botellas de aire empleadas en inmersión exigen que se llenen hasta una presión media de 600 libras por pulgada cuadrada (psi) y se admite una desviación típica de 10 psi. Las tolerancias de las normas de seguridad permiten una distribución normal en los niveles de llenado.

Suponga que le acaba de contratar Aqua Lung, importante fabricante de equipo de inmersión y que su primera tarea consiste en determinar si los niveles de llenado cumplen una distribución normal. Aqua Lung está seguro de que prevalecen la media de 600 psi y la desviación típica de 10 psi. Sólo queda por probar la naturaleza de la distribución, para ello decide medir 1000 botellas y halla la distribución indicada en la tabla.

Psi	Frecuencia
[0 – 580)	20
[580 – 590)	142
[590 – 600)	310
[600 – 610)	370
[610 – 620)	128
620 o más	30

Contrastar la hipótesis al nivel del 5%.

Sol: Región de aceptación, si se sigue una distribución normal.

11) La revista Fortune publicó hace poco que los grandes bancos comerciales intentaban controlar sus carteras de préstamos garantizando una determinada composición del conjunto de préstamos que conceden sus clientes. Esta composición es muy importante para reducir al mínimo la tasa de fallidos. El John Dillinger First National Bank de la ciudad de Nueva York trata de seguir una política de conceder el 60% de sus préstamos a empresas comerciales, el 10% a personas y 30% a prestatarios extranjeros.

Para determinar si se respeta la política del banco, Lida López, vicepresidenta de marketing, elige al azar 85 préstamos recién aprobados. Averigua que 62 de estos créditos se concedieron a empresas, 10 a personas y 13 a prestatarios extranjeros. Al nivel del 10%, ¿parece preservarse la composición deseada de la cartera del banco?

Sol: Región de rechazo, Lida puede estar segura al 90% de que la composición de los créditos no cumple la política del banco.

12) Después de años de trabajo en una báscula pública para pesar camiones, Jeff Simpson considera que el peso medio por camión (en miles de libras) sigue una distribución normal con  $\mu = 71$  y  $\sigma = 15$ . Con el propósito de probar esta suposición,

Jeff recolectó los datos siguientes un lunes, correspondiente al peso de los camiones que llegaron a la báscula:

85	57	60	81	89	63	52	65	77	64
89	86	90	60	57	61	95	78	66	92
50	56	95	60	82	55	61	81	61	53
63	75	50	98	63	77	50	62	79	69
76	66	97	67	54	93	70	80	67	73

Si Jeff utilizó una prueba de bondad de ajuste ji-cuadrada para estos datos, ¿a qué conclusión debería llegar con respecto a la distribución del peso de los camiones?

Utilice un nivel de significancia de 0,10.

(use 5 intervalos igualmente probables, en donde el primero sea menor a 60 y el último mayor o igual a 90.)

Sol: Región de aceptación, Jeff no está equivocado.

13) ¿Alguna vez compró una bolsa de dulces M&M, y se preguntó acerca de la distribución de los colores?. El fabricante informa que 30% de las golosinas son de color café, 30% amarillas, y un 10% corresponde a cada uno de los colores azul, anaranjado, rojo y verde. Una bolsa de 6,0 onzas de tales dulces que se adquirió en cierta tienda del Sambil, contenía un total de 72 golosinas con 17 cafés, 20 amarillas, 13 azules, 9 anaranjadas, 6 verdes y 7 rojas. Al nivel de significancia de 0,05. ¿Se puede concluir que la clasificación real por color de dichos dulces concuerda con la distribución esperada?

Sol: Región de aceptación, la consideración real de los dulces está de acuerdo con la distribución esperada.

14) En un determinado mercado de televisión hay tres estaciones de televisión comercial, cada una con su propio programa de noticias del mediodía. Según un informe en el periódico local de esta mañana, una muestra aleatoria de 150 espectadores del día anterior indicó que 53 vieron las noticias de Globovisión, 64 observaron la emisión de Radio Caracas Televisión, y 33 la de Televen. Al nivel de significancia de 0,05, ¿existe alguna diferencia en la proporción de espectadores que vieron los tres canales?.

Sol: Región rechazo, sí hay preferencia en relación con los canales de tv.

## Regresión Lineal Simple

1) La tabla siguiente muestra las estaturas redondeadas en pulgadas y los pesos en libras de una muestra de 12 estudiantes tomada al azar entre los estudiantes de 1<sup>er</sup> año en la escuela de administración:

Estatura (pulg.)	70	63	72	60	66	70	74	65	62	67	65	68
Pesos (lb.)	155	150	180	135	156	168	178	160	132	145	139	152

X = estatura. Y = peso.

- (a) Obtener un diagrama de dispersión para esos datos.
- (b) Ajustar una recta de mínimos cuadrados a los datos, usando:
  - ❖ X como variable independiente.
  - ❖ X como variable dependiente.
- (c) Estimar el peso de un estudiante que mide 63 pulg.
- (d) Estimar la estatura de un estudiante que pesa 168 lb.

Respuestas: (b)  $\hat{Y} = -59,3513 + 3,1948 X$  ;  $\hat{X} = 31,3396 + 0,2302 Y$

(c) 141,9211 lb.

(d) 70,0132 pulg.

2) Ajustar una recta de mínimos cuadrados a los datos de la tabla siguiente:

X	3	5	6	8	9	11
Y	2	3	4	6	5	8

Usando X como:

- (a) Variable independiente.
- (b) Variable dependiente.
- (c) Hallar  $\hat{Y}$  cuando X = 5, X = 6 ; hallar X cuando Y = 7

Respuestas: (a)  $\hat{Y} = -0,3333 + 0,7143 X$

(b)  $\hat{X} = 1 + 1,2857 Y$

(c) X = 5,  $\hat{Y} = 3,2382$  ; X = 12,  $\hat{Y} = 8,2383$  ; Y = 7,  $\hat{X} = 10$

3) La tabla siguiente presenta las notas en álgebra y física de 10 estudiantes elegidos al azar entre un grupo muy numeroso:

Álgebra (X)	75	80	93	65	87	71	98	68	84	77
Física (Y)	82	78	86	72	91	80	95	72	89	74

- (a) Representar los datos.
- (b) Hallar una recta de mínimos cuadrados usando X como variable independiente y luego como dependiente.
- (c) Si un estudiante tiene 75 puntos en álgebra. ¿Cuál es su nota esperada en física?
- (d) Si un estudiante tiene 95 puntos en física. ¿Cuál es su nota esperada en álgebra?

Respuestas: (b)  $\hat{Y} = 29,1290 + 0,6613 X$  ;  $\hat{X} = -14,3939 + 1,1501 Y$

(c)  $\hat{Y} = 78,7265$  puntos.

(d)  $\hat{X} = 94,8656$  puntos.

4) Suponga que usted tiene a su cargo el dinero de la región de Piedmont, se le dan los siguientes datos de antecedentes sobre el suministro de dinero y el producto nacional bruto (ambos en millones de dólares):

Suministro de dinero (X)	Producto Nacional Bruto (Y)
2,0	5,0
2,5	5,5
3,2	6,0
3,6	7,0
3,3	7,2
4,0	7,7
4,2	8,4
4,6	9,0
4,8	9,7
5,0	10,0

- (a) Desarrolle la ecuación de estimación para predecir el PNB del suministro de dinero.  
 (b) ¿Cómo interpreta la pendiente de la línea de regresión?  
 (c) Calcule e interprete el error estándar de la estimación.

Respuestas: (a)  $\hat{Y} = 1,1681 + 1,7156 X$

(b) cuando el suministro de dinero aumenta en 1 millón de dólares, el PNB aumenta en 1,7156 millones de dólares.

(c)  $Se_{y,x} = 0,3737$

- 5) Un estudio hecho por el departamento de transporte de Atlanta, Georgia, acerca del efecto de los precios de los boletos de los autobuses sobre el número de pasajeros produjo los siguientes resultados:

Precio del boleto (centavos)	25	30	35	40	45	50	55	60
Pasajeros por 100 millas	800	780	780	660	640	600	620	620

- (a) Represente gráficamente los datos.  
 (b) Desarrolle la ecuación de estimación que mejor describa estos datos.  
 (c) Pronostique el número de pasajeros por 100 millas si el precio del boleto fuera de 50 centavos.  
 (d) Calcule el error típico de estimación.

Respuestas: (b) Pasajeros estimados =  $952,6190 - 6,2381$  precio del boleto.

(c)  $\hat{Y} = 640,714$  pasajeros.

(d)  $Se_{y,x} = 38,0610$  pasajeros.

- 6) La señorita Erika Pérez, estudiante del primer semestre de administración, elabora un estudio de compañías que se están dando a conocer. Tiene curiosidad por ver si existe o no relación significativa entre el tamaño de la oferta (en millones de dólares) y el precio por acción.

- (a) Dados los siguientes datos, desarrolle la ecuación lineal que mejor ajuste los datos:

Tamaño de la oferta (millones de \$) (X)	Precio (precio por acción) (Y)
108,00	12,00
4,40	4,00
3,50	5,00
3,60	6,00
39,00	13,00
68,40	19,00
7,50	8,50

5,50	5,00
375,00	15,00
12,00	6,00
51,00	12,00
66,00	12,00
10,40	6,50
4,00	3,00

(b) Calcule el coeficiente de determinación de la muestra.

(c) ¿Debería Erika usar esta ecuación de regresión con propósitos descriptivos, o buscar en otra parte variables explicativas adicionales?

Respuestas: (a) Precio estimado =  $7,5294 + 0,0285$  tamaño oferta.

(b)  $r^2 = 0,3418$

(c) Debería buscar variables explicativas adicionales.

7) El gerente de mercadería de una cadena de supermercados desea determinar el efecto del espacio de anaqueles en las ventas de comida para mascotas. Se seleccionó una muestra aleatoria de tiendas del mismo tamaño con los siguientes resultados:

Espacio en Anaqueles (pies)	5	5	5	10	10	10	15	15	15	20	20	20
Ventas Semanales	160	220	140	190	240	260	230	270	280	260	290	310

a) Analice a través de un diagrama de dispersión si ambas variables están relacionadas linealmente.

b) Suponga una relación lineal y utilice el método de mínimos cuadrados para encontrar los coeficientes de regresión y determine la ecuación de la recta.

Sol: Ventas Semanales =  $145 + 7,4$  Espacios en anaqueles.

c) Interprete el significado de la pendiente.

Sol: por cada incremento de 1 pie en espacio de anaqueles, se espera que las ventas aumenten en promedio 7,40 dólares por semana.

d) Pronostique las ventas semanales promedio de comida para mascotas con 8 pies de espacio en anaqueles para ello.

Sol: 204,2 dólares

e) Calcule el coeficiente de determinación e interprete su significado

Sol: 0,684. El 68,4% de la variación en las ventas se explica por la variación en el espacio de anaqueles.

f) Calcule el coeficiente de correlación lineal.

Sol: 0,83. Correlación lineal positiva intensa.

g) Calcule el error estándar de la estimación.

Sol: aprox. 30,81 dólares.

h) Establezca un intervalo de predicción de 95% de las ventas semanales para una tienda individual que tiene 8 pies cuadrados de espacio en los anaqueles de comida para mascotas.

Sol: 131,01 ; 277,40 aprox.

8) Suponga que el gerente de una cadena de servicios de entrega de paquetería desea desarrollar un modelo para predecir las ventas semanales (en miles de dólares) para las tiendas individuales basado en el número de clientes que realizan compras. Se

seleccionó una muestra aleatoria entre todas las tiendas de la cadena con los siguientes resultados:

Clientes	907	926	506	741	789	889	874	510	529	420
Ventas	11,2	11,05	6,84	9,21	9,42	10,08	9,45	6,73	7,24	6,12

- a) Realice el diagrama de dispersión y analícelo.  
 b) Calcule la recta de regresión lineal. Interprete el significado de la pendiente de la recta en el problema.

Sol:  $\hat{Y} = 0,009X + 2,19$

- c) Hallar un intervalo de confianza del 90% para la pendiente de la recta de regresión poblacional.

- d) Verifique si la relación es significativa.

- e) Pronostique las ventas semanales para las tiendas que tienen 600 clientes.

Sol: 7,59 miles de dólares

9) Un profesor de Estadística realiza un examen final y exige también a los estudiantes que realicen un proyecto de análisis de datos. Las calificaciones obtenidas por una muestra aleatoria aparecen en la siguiente tabla:

examen	81	62	74	78	93	69	72	83	90	84
proyecto	76	71	69	76	87	62	80	75	92	79

El profesor considera que la nota en el proyecto dependerá en gran medida de el resultado en el examen.

- a) Utilizando un diagrama de dispersión analice si el profesor tiene razón en lo planteado.

- b) Construya la recta de regresión correspondiente.

Sol:  $\hat{Y} = 0,86X + 12,49$

- c) Calcule un intervalo de confianza para la pendiente de la recta de regresión

- d) ¿Qué nota cree usted que sacaría un alumno que tuvo 75 en el proyecto en el examen?.

Sol: 77,125 puntos

- e) ¿Cree usted que este pronóstico es confiable?. ¿Por qué?

10) Los datos siguientes son los sueldos mensuales y promedios de calificaciones para estudiantes que obtuvieron su licenciatura en administración.

Calificación	2,6	3,4	3,6	3,2	3,5	2,9
Sueldo mensual (\$)	2800	3100	3500	3000	3400	3100

- a) ¿Considera que hay relación lineal entre las variables? Justifique.

Sol: Si, r es 0.863

- b) Construya la recta de regresión correspondiente.

Sol:  $\hat{Y} = 581X + 1290,5$

- c) ¿Considera que la relación es significativa?

- d) ¿Cuánto será el salario mensual de una persona cuya calificación promedio haya sido de 3,5 puntos?

Sol: 3340 dólares

11) Para una operación de manufactura se obtuvo la siguiente muestra de volúmenes de producción y costos totales.

Vol.	400	450	550	600	700	750
Costo (\$)	4000	5000	5400	5900	6400	7000

a) Analice a través de un diagrama de dispersión y calculando el coeficiente de correlación lineal si existe relación lineal entre las variables.

b) Calcule la recta de regresión que permita predecir el costo de producción de acuerdo al volumen.

Sol:  $\hat{Y} = 7,6X + 1246,67$

c) El programa de producción de la empresa indica que el mes próximo se deben producir 500 unidades. ¿Cuál será el costo total estimado para esta operación?

Sol: 5046,7 dólares

d) Determine si hay una relación significativa entre ambas variables.

Sol: Si, r es 0,979